



Matemática Básica

15ª Lista de Exercícios – Logaritmos

1) Calcule:

a) $\log_3 27$

b) $\log_{\frac{1}{5}} 125$

c) $\log_4 \sqrt{32}$

d) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{8}{27}$

2) Calcule o valor de x:

a) $\log_x 8 = 3$

b) $\log_x \frac{1}{16} = 2$

c) $\log_2 x = 5$

d) $\log_9 27 = x$

e) $\log_{\frac{1}{2}} 32 = x$

3) Calcule:

a) $\log_2 2^{-3}$

b) $\log_7 \sqrt{7}$

c) $5^{\log_5 7}$

d) $2^{\log_2 7 + \log_2 3}$

e) $2^{2 + 2\log_2 5}$

4) Dados $\log a = 5$, $\log b = 3$ e $\log c = 2$, calcule $\log \left(\frac{a \cdot b^2}{c} \right)$.

5) Sendo $\log_x 2 = a$, $\log_x 3 = b$ calcule $\log_x \sqrt[3]{12}$.

6) Sendo $\log_a 2 = 20$, $\log_a 5 = 30$ calcule $\log_a 100$.

7) Resolva as seguintes equações:

a) $\log_{x-3} 9 = 2$

b) $\log_4 (2x + 10) = 2$

c) $\log_2 (\log_3 (x - 1)) = 2$

d) $\log_{x+1} (x^2 + 7) = 2$

e) $\log_2 3 + \log_2 (x - 1) = \log_2 6$

f) $\log_3 2 + \log_3 (x + 1) = 1$

g) $2 \log x = \log 2 + \log x$

h) $\log_2 (x^2 + 2x - 7) - \log_2 (x - 1) = 2$

8) Determine a solução da equação: $\log_2 (x - 2) + \log_2 (x - 3) = 1 + \log_2 (2x - 7)$

9) Em Química, defini-se o pH de uma solução como o logaritmo decimal do inverso da respectiva concentração de H_3O^+ . O cérebro humano contém um líquido cuja concentração de H_3O^+ é $4,8 \cdot 10^{-8}$ mol/l. Qual será o pH desse líquido?

10) Numa plantação de certa espécie de árvore, as medidas aproximadas da altura e do diâmetro do tronco, desde o instante em que as árvores são plantadas até completarem 10 anos, são dadas respectivamente pelas funções:

altura: $H(t) = 1 + (0,8) \cdot \log_2 (t + 1)$

diâmetro do tronco: $D(t) = (0,1) \cdot 2^{t/7}$

com $H(t)$ e $D(t)$ em metros e t em anos.

a) Determine as medidas aproximadas da altura, em metros, e do diâmetro do tronco, em centímetros, das árvores no momento em que são plantadas.

b) A altura de uma árvore é 3,4 m. Determine o diâmetro aproximado do tronco dessa árvore, em centímetros.



11. (U. E. LONDRINA) Supondo que exista, o logaritmo de a na base b é:

- a) o número ao qual se eleva a para se obter b .
- b) o número ao qual se eleva b para se obter a .
- c) a potência de base b e expoente a .
- d) a potência de base a e expoente b .
- e) a potência de base 10 e expoente a .

12. (PUC) Assinale a propriedade válida sempre:

- a) $\log(a \cdot b) = \log a \cdot \log b$
 - b) $\log(a + b) = \log a + \log b$
 - c) $\log m \cdot a = m \cdot \log a$
 - d) $\log a^m = \log m \cdot a$
 - e) $\log a^m = m \cdot \log a$
- (Supor válidas as condições de existências dos logaritmos)

13. (CESGRANRIO) Se $\log 10123 = 2,09$, o valor de $\log 101,23$ é:

- a) 0,0209
- b) 0,09
- c) 0,209
- d) 1,09
- e) 1,209

14. Os valores de x que satisfazem $\log x + \log(x - 5) = \log 36$ são:

- a) 9 e -4
- b) 9 e 4
- c) -4
- d) 9
- e) 5 e -4

15. Em uma calculadora científica de 12 dígitos quando se aperta a tecla $\log$, aparece no visor o logaritmo decimal do número que estava no visor. Se a operação não for possível, aparece no visor a palavra ERRO. Depois de digitar 42 bilhões, o número de vezes que se deve apertar a tecla $\log$ para que, no visor, apareça ERRO pela primeira vez é:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6

Respostas:

11. B
14. D

12. E
15. D

13. B



Resolução:

14) Vamos usar a seguinte propriedade de logaritmo: $\log a/b = \log a - \log b$

Podemos escrever assim: $\log 101,23 = \log 10123/100 = \log 10123 - \log 100 = 2,09 - 2 = 0,09$

15) Já sabemos que o logaritmo decimal de um número positivo N é indicado por $\log N$, que representa o logaritmo de N na base 10.

Já sabemos que se $\log N > 0$ então $N > 1$ e que se $\log N < 0$ então $0 < N < 1$.

Se necessário, revise logaritmos.

Seja A_i o número que aparece no visor da calculadora no i -ésimo toque na tecla LOG, ou seja, no toque de ordem i da tecla LOG. Por exemplo, no primeiro toque, A_1 , no segundo toque, A_2 , no terceiro toque, A_3 e assim sucessivamente. Vamos considerar que o número introduzido na calculadora para o cálculo do log seja $A_0 = 48 \text{ bilhões} = 48\,000\,000\,000 = 4,8 \cdot 10^{10}$.

Teremos então:

$$A_0 = 48\,000\,000\,000 = 4,8 \cdot 10^{10}$$

$$A_1 = \log A_0 = \log (4,8 \cdot 10^{10}) = \log 4,8 + \log 10^{10} = 10 + \log 4,8$$

Então:

$$A_2 = \log A_1 = \log 10 + \log 4,8$$

Ora, como $10^0 < 4,8 < 10^1$, podemos concluir que $\log 4,8$ será um número entre 0 e 1 e, portanto, da forma $0,m$ (um número decimal entre 0 e 1).

Então, $A_1 = 10 + \log 4,8 = 10 + 0,m = 10,m$, que é um número entre $10 = 10^1$ e $100 = 10^2$.

Nestas condições, teremos: $A_2 = \log A_1 = \log (10,m)$

Como $10^1 < 10,m < 10^2$, podemos concluir que $1 < \log(10,m) < 2$, ou seja,

$\log (10,m)$ será um número entre 1 e 2 e portanto da forma $1,n$ (um número decimal entre 1 e 2), ou seja $\log A_2 = 1,n$.

Portanto,

$$A_3 = \log A_2 = \log (1,n)$$

Como $1,n$ é um número decimal entre $1 = 10^0$ e $10 = 10^1$, podemos afirmar que $\log (1,n)$ será um número decimal entre 0 e 1, ou seja, da forma $0,p$.

Portanto, $A_3 = 0,p$

$$A_4 = \log A_3 = \log (0,p)$$

Ora, como $0,p$ é um número decimal entre 0 e 1 ou seja $0 < 0,p < 1$, já sabemos que o resultado será um número negativo pois o logaritmo decimal de N , para N entre 0 e 1 é negativo. Portanto, A_4 é menor do que zero, ou seja, um número negativo.

Logo, $A_5 = \log A_4$ e como A_4 é negativo (menor do que zero) e já sabemos que não existe logaritmo decimal de número negativo, a calculadora vai apresentar mensagem de ERRO. Portanto, na quinta vez - o que corresponde a A_5 - ao teclar LOG vai dar ERRO no visor da calculadora, o que nos leva tranquilamente à alternativa D.